Física 2: Electricidad y Magnetismo

Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino

Valentín Ottaviano

2022

Índice general

Física II Primer Parcial

- Carga Eléctrica y Campo Eléctrico
  - Fuerza Eléctrica $\vec{F_E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1q_2|}{r^2}\hat{r}$
  - Campo Eléctrico $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ $\vec{E} = \frac{kq_1\hat{r}}{r^2}$
    - Flujo Eléctrico $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$
  - Ley de Gauss $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$
- Potencial Eléctrico
  - Trabajo de una Fuerza Eléctrica $W_{Fe} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = kQq\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$
  - Energía Potencial Eléctrica $U = \frac{kQq_0}{r}$ $W_E = -\Delta U = -(U_{r_b} - U_{r_a})$
  - Potencial Eléctrico $V = \frac{U}{q_0} = \frac{\frac{kQq_0}{r}}{q_0} = \frac{kQ}{r}$
- Capacitores y Dieléctricos
  - Capacitacia $C = \frac{Q}{\Delta V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$
    - Campo Eléctrico en Capacitor
      - Definición $E = \frac{\Delta V}{d}$
      - Ley de Gauss $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
  - Capacitacia Equivalente
    - Capacitores en serie $\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$
    - Capacitores en paralelo $C_{eq} = \sum C_i$
  - Dieléctricos $K = \frac{C}{C_0}$
- Corriente Eléctrica y Resistencia
  - Corriente Eléctrica
    - Corriente $I = \frac{dQ}{dt}$ $I = nqv_dA$
    - Densidad de Corriente $\vec{J} = \frac{I}{A}$
  - Resistividad $\rho = \frac{E}{J} \Rightarrow J = \left(\frac{1}{\rho}\right) E$
  - Resistencia
    - Resistencia en función de la resistividad $R = \frac{V}{I} = \left(\frac{E}{J}\right)\frac{L}{A} = \rho\frac{L}{A}$
  - Efecto Joule $P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$

Capítulo 1

Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

En las interacciones electromagnéticas intervienen partículas que tienen una propiedad conocida como **carga eléctrica**, un atributo tan fundamental como la masa. Así como los objetos con masa son acelerados por las fuerzas gravitatorias, los objetos con carga eléctrica son acelerados por las fuerzas eléctricas.

La carga eléctrica está cuantizada ($q = ne$), y su unidad mínima es la *carga elemental* (carga de un electrón): $\approx 1,6 \cdot 10^{-}19C$. Siendo C la unidad de carga en el Sistema Internacional, el Coulomb.
Los cuerpos cargados interactúan entre sí a la distancia, es decir, no necesitan de un medio.

1.1. Carga Eléctrica

La carga eléctrica es una propiedad de los cuerpos (Como la masa. No existen las cargas aisladas, existen los cuerpos cargados). Decimos que existen dos tipos de cargas: Positiva y Negativa (Simple nomenclatura, no posee significado intrínseco).
La estructura de los átomos se puede describir en términos de tres partículas: el **electrón** (carga negativa), el **protón** (carga positiva) y el **neutrón**. Los protones y neutrones constituyen un centro llamado núcleo, y mediante las fuerzas de atracción de los protones, mantiene sus electrones alrededor. Además, la fuerza que retiene los protones en el núcleo, venciendo la repulsión entre ellos es la *fuerza nuclear fuerte*.
La carga negativa del electrón tiene la misma magnitud que la carga postiva del protón.
Para proporcionar a un cuerpo una carga negativa en exceso, se puede agregar cargas negativas a un cuerpo neutro. De manera análoga, se puede proporcionar carga positiva a un cuerpo quitando cargas negativas. **Principio de conservación de la carga:** La suma algebraica de todas las cargas de cualquier sistema cerrado es constante.

1.2. Conductores, Aislantes y Cargas Inducidas

Existen ciertos materiales que permiten que las cargas se desplacen fácilmente (conductores), mientras que otros no (aislantes). Dentro de un metal sólido, uno o más electrones externos de cada átomo pueden moverse libremente por todo el material. Dicho movimiento transporta cargas a través del material. En un aislante hay pocos (o ningún) electrón libre. Cuando se acerca un material cargado (negativamente por ejemplo) a un material neutro, este repelerá las cargas negativas del cuerpo, y atraerá las positivas. Por consiguiente, se obtiene un exceso de cargas positivas en un lado del cuerpo, y un exceso de negativas en el otro. Este proceso se llama **cargas inducidas**.

1.3. Ley de Coulomb

A partir de resultados empíricos (experimentales) del estudio de fuerzas entre cargas, Coulomb llega a que **las cargas de mismo signo se repelen mutuamente, pero las de signos contrarios se atraen**.

Deduce una similitud entre las fuerzas que ejercen las cargas y la Ley de Gravitación Universal:

$$F_G = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Si asumimos que poseemos dos cargas puntuales (idealización donde las dimensiones de los cuerpos cargados es despreciable con respecto a la distancia entre ellos), en el vacío y en reposo, podemos determinar la fuerza de interacción entre ellas de la siguiente manera:

$$\|F_E\| = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Donde k es la constante eléctrica:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8,988 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$$

Además ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$$

Por lo tanto:

$$\|F_E\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\vec{F_E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}\hat{r}$$

La dirección de la fuerza que se ejercen las cargas se encuentran siempre sobre la misma linea de acción.

1.4. Campo Eléctrico

Qué ocurre en el espacio cuando se introduce una carga, la cuál produce une fuerza a distancia en otras cargas. El campo es una propiedad del espacio, y es generado (en este caso) por las cargas.
La carga genera el campo, y el campo ejerce la fuerza eléctrica en otras cargas.
Se define el campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto como la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que experimenta q_0 en dicho punto, por unidad de carga.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \therefore \vec{F} = q\vec{E}$$

Existe una analogía entre el campo eléctrico y el campo gravitatorio ($\vec{g} = \vec{P}/m$).

Al utilizar una carga q de prueba para medir el campo, esta también generará otro campo. Para ello, utilizamos la siguiente idealización:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

1.4.1. Campo Eléctrico de una Carga

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{k\frac{|q_0 q_1|}{r^2}\hat{r}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{k q_1 \hat{r}}{r^2}$$

Cuando $\vec{E}$ tiene los mismos valores en todo su campo, decimos que es un campo **uniforme**.

1.4.2. Superposición de Campos

En la vida real no existen los campos eléctricos generados por una única carga puntal. Para ello, podemos superponer todos los campos que intervienen:

$$\vec{E_{res}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i}$$

1.5. Flujo Eléctrico

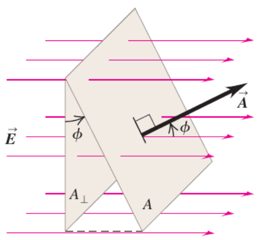
Podemos realizar una analogía entre el caudal ($Q = \vec{v} \cdot \vec{A}$) y el caudal eléctrico. En lugar de un campo de velocidades, utilizamos $\vec{E}$

Definición General de Flujo

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

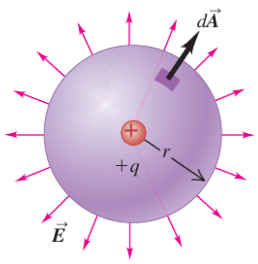
Flujo en $\vec{E}$ Uniforme y Superficie Plana



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \vec{E} \cdot \oint d\vec{A} = EA\cos\phi$$

1.6. Ley de Gauss

Φ_E a través de esfera

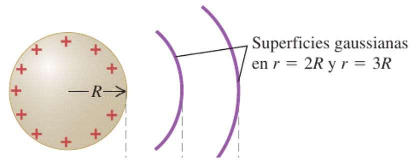


$$\Phi_E = \oint EdA\cos\phi = \oint EdA = EA$$
$$= (\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2})(4\pi R^2)$$
$$= \frac{q}{\epsilon_0}$$

Ley de Gauss

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

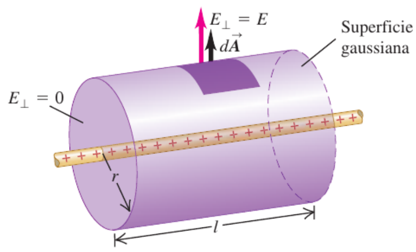
1.6.1. $\vec{E}$ en esfera conductora



Nota: En un conductor, las cargas en exceso siempre se encuentran en la superficie del cuerpo.
Dentro de la esfera: $\vec{E} = 0$
Fuera de la esfera:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

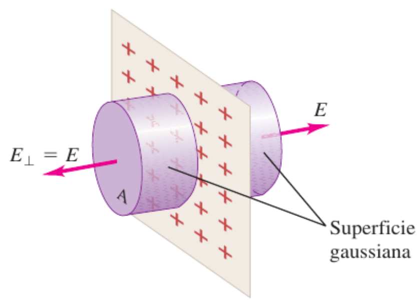
1.6.2. $\vec{E}$ en carga lineal



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{A} = E(\pi r L) = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{\epsilon_0 2\pi r}\frac{Q_{enc}}{L} = \frac{\lambda}{\epsilon_0 2\pi r}$$

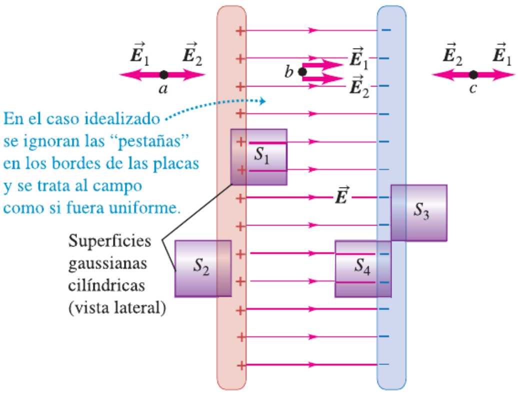
1.6.3. $\vec{E}$ en lámina plana



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{A} = E(2A) = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q_{enc}}{2A\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{2A\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

1.6.4. $\vec{E}$ entre dos placas



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{A} = EA_{circulo} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$EA_{circulo} = \frac{\sigma A_{circulo}}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Capítulo 2

Potencial Eléctrico

2.1. Trabajo de una Fuerza Electrostática

$$\begin{aligned} W_{Fe} &= \int_a^b \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ &= \int_{r_a}^{r_b} \frac{kQq}{r^2} \hat{r} \cdot \vec{dr} \\ &= \int_{r_a}^{r_b} \frac{kQq}{r^2} \vec{dr} \\ &= kQq_0 \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr = kQq \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \end{aligned}$$

Podemos ver que el trabajo realizado por una fuerza eléctrica no depende de la trayectoria, solo de los puntos iniciales y finales. Es decir, es una fuerza conservativa.

2.2. Energía potencial eléctrica

$$U = \frac{kQq_0}{r}$$
$$W_E = -\Delta U = -(U_{r_b} - U_{r_a})$$

2.2.1. Energía Potencial de un Sistema de Cargas

Sumaremos la energía potencial entre cada par de cargas:

$$U_{\text{sist}} = \sum_{ij} U_{ij}$$

2.3. Potencial Eléctrico (V)

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{\frac{kQq_0}{r}}{q_0} = \frac{kQ}{r}$$

Podemos definir el potencial eléctrico entre dos puntos a y b como el trabajo realizado para mover un carga q_0 , sobre dicha carga.

$$\frac{W_E}{q_o} = -\Delta V$$

Para un E uniforme

Además, si expresamos la fuerza eléctrica como $F = q_0 E$

$$-\Delta V = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{Fd}{q_0} = \frac{q_0 Ed}{q_0} = Ed$$

Para un $\vec{E}$ no uniforme

$$-\Delta V = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{\int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dl}}{q_0} = \frac{q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}}{q_0}$$

$$\therefore -\Delta V = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

2.3.1. Conservación de la energía

$$U_1 + K_1 + W_{\text{no cons}} = U_2 + K_2$$

Capítulo 3

Capacitores y Dieléctricos.

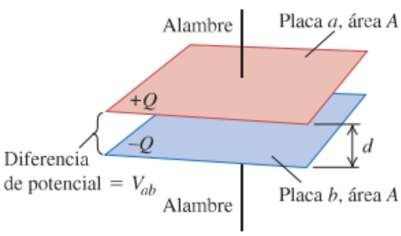
3.1. Capacitancia

La capacitancia es una magnitud que regula"la carga y el potencial en los condensadores, pero depende totalmente de la geometría del componente:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

3.1.1. Capacitor de placas paralelas

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

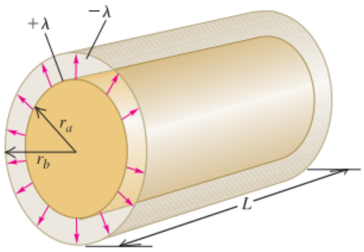


El campo eléctrico dentro del capacitor está determinado por:

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

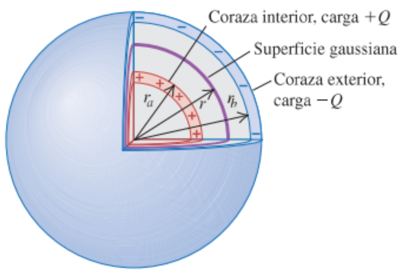
3.1.2. Capacitor cilíndrico

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 2\pi L}{\ln(R - r)}$$



3.1.3. Capacitor esférico

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R \cdot r}{R - r}$$



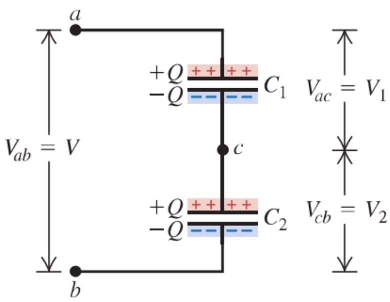
3.2. Capacitores en serie y en paralelo

En muchas ocasiones es conveniente encontrar la capacitancia equivalente, de varios capacitores en simultáneo.

3.2.1. Capacitores en serie

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

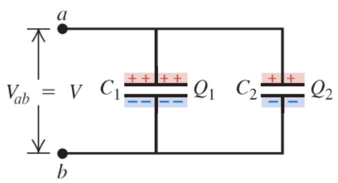
Capacitores en serie:
- Los capacitores tienen la misma carga Q.
- Sus diferencias de potencial se suman: $V_{ac} + V_{cb} = V_{ab}$.



3.2.2. Capacitores en paralelo

$$C_{eq} = \sum C_i$$

Capacitores en paralelo:
- Los capacitores tienen el mismo potencial V.
- La carga en cada capacitor depende de su capacitancia: $Q_1 = C_1V$, $Q_2 = C_2V$.



3.3. Energía almacenada en capacitores

La energía almacenada en un capacitor es exactamente igual a la cantidad de trabajo necesario para cargarlo. Es decir, separar cargas opuestas y disponerlas en las placas. Sea $V = Q/C$ el potencial y la carga una vez cargado. En un instante del proceso de carga:

$$dW = vdq = \frac{q \cdot dq}{C}$$

Y si integramos durante todo el proceso de carga:

$$\int_0^W dW = \frac{1}{C}\int_0^W q \cdot dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Por lo tanto, la energía potencial almacenada en un capacitor cargado:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

3.4. Dieléctricos

Se denomina constante dieléctrica del material $\boldsymbol{K}$:

$$K = \frac{C}{C_0}$$

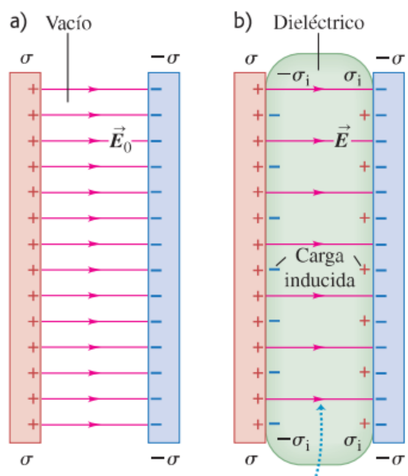
Esto implica que si mantenemos el potencial constante, la carga almacenada en el capacitor aumenta directamente proporcional a la constante dieléctrica:

$$Q = (C_0K)V_{ab}$$

Por otro lado, si la carga Q entre los conductores es constante, la diferencia de potencial disminuye:

$$V = \frac{1}{K}\frac{Q}{V_{ab}} = \frac{V_0}{K}$$

3.5. Carga inducida



Para una densidad de carga dada σ, las cargas inducidas en las superficies del dieléctrico reducen el campo eléctrico entre las placas.

Al introducir un dieléctrico en un capacitor, las moléculas del mismo, se posicionan de forma específica gracias al campo eléctrico entre placas. Dicha disposición se denomina polarización, la cual induce un campo eléctrico interno en el dieléctrico, opuesto al anterior. Esto produce que el campo eléctrico resultante dentro del capacitor disminuya:

$$E = \frac{E_0}{K} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0}$$

Por lo tanto,

$$\sigma_i = \sigma(1 - \frac{1}{K})$$

Se define la **permitividad** del dieléctrico como:

$$\epsilon = K\epsilon_0$$

Y a la capacitancia con un dieléctrico la podemos escribir como:

$$C = KC_0 = K\epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d}$$

3.6. Rigidez dieléctrica

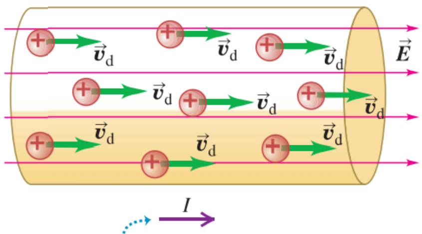
Definimos la rigidez de un dieléctrico como el campo eléctrico máximo que un material puede soportar, antes de perder sus propiedades aislantes.

Capítulo 4

Corriente Eléctrica y Resistencia.

4.1. Corriente Eléctrica

Una corriente eléctrica es todo movimiento de carga de una región a otra. Al someter un conductor a un campo eléctrico, esto genera una fuerza eléctrica, la cuál mueve los electrones dentro del material, generando así una velocidad de deriva de los mismos



Una **corriente convencional** es tratada como un flujo de cargas positivas, sin importar si las cargas libres en el conductor son positivas, negativas o ambas.

Definimos la **corriente eléctrica** a través de la sección transversal A como la carga neta que fluye a través del área por unidad de tiempo.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

También podemos definirla en función de la velocidad de deriva:

$$I = nqv_dA$$

La corriente por unidad de área de la sección transversal se denomina **densidad de corriente J**:

$$\vec{J} = \frac{I}{A}$$

La cual posee la dirección y el sentido del campo eléctrico

4.2. Resistividad

La **resistividad** ρ de un material se define como

$$\rho = \frac{E}{J} \Rightarrow J = \left(\frac{1}{\rho}\right) E$$

Plata	1.47×10^{-8}
Cobre	1.72×10^{-8}
Oro	2.44×10^{-8}
Aluminio	2.75×10^{-8}
Tungsteno	5.25×10^{-8}
Acero	20×10^{-8}
Plomo	22×10^{-8}
Mercurio	95×10^{-8}
Manganina (84% Cu, 12% Mn, 4% Ni)	44×10^{-8}
Constantán (60% Cu, 40% Ni)	49×10^{-8}
Nicromel	100×10^{-8}
Ámbar	5×10^{14}
Vidrio	10^{10}–10^{14}
Lucita	$>10^{13}$
Mica	10^{11}–10^{15}
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}
Azufre	10^{15}
Teflón	$>10^{13}$
Madera	10^{8}–10^{11}
Carbono puro (grafito)	3.5×10^{-5}
Germanio puro	0.60
Silicio puro	2300

Y su unidad es Ωm Tambien podemos definir la conductividad, como $\sigma = 1/\rho$ La resistividad es una propiedad del material, y para ciertos materiales metálicos, a cierta temperatura, $\vec{E}$ y $\vec{J}$ son prácticamente proporcionales. Dicha relación es la llamada **Ley de Ohm**. La resistividad depende de la temperatura, y podemos realizar una aproximación lineal de la siguiente manera:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

4.3. Resistencia

Definimos la razón de la diferencia de potencial con la corriente eléctrica como **Resistencia R**:

$$R = \frac{V_{ab}}{I}$$

Y su unidad de medida es el Ohmio Ω. Además, vemos que la resistencia va a depender de la resistividad del material, y de cuestiones geométricas del cuerpo:

$$R = \frac{V}{I} = \left(\frac{E}{J}\right)\frac{L}{A} = \rho\frac{L}{A}$$

Si despreciamos la dilatación geométrica del cuerpo, podemos aproximar la variación de la Resistencia en función de la temperatura:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Material	α [(°C)$^{-1}$]
Aluminio	0.0039
Latón	0.0020
Carbono (grafito)	−0.0005
Constantán	0.00001
Cobre	0.00393
Hierro	0.0050
Plomo	0.0043
Manganina	0.00000
Mercurio	0.00088
Nicromel	0.0004
Plata	0.0038
Tungsteno	0.0045

4.4. Efecto Joule

Todo resistor disipa la energía en forma de calor (y luz). La potencia disipada se define como:

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \qquad [P] = W$$